

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие редактора . . . . .	5
Л. МИШЕЛЬ	
ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ГРУПП В КВАНТОВОЙ ФИЗИКЕ	
АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ	
Введение . . . . .	7
<b>1. Ковариантность в квантовой теории и математические методы ее описания . . . . .</b>	<b>12</b>
1.1. Что такое квантовая механика? . . . . .	12
1.2. Инвариантность относительно группы преобразований . . . . .	14
1.3. $G$ -векторные пространства . . . . .	17
1.4. Унитарная группа $U(n)$ и группа перестановок $S(n)$ . . . . .	22
1.5. Еще об алгебрах и тензорных операторах. Псевдокорни группы $SU(n)$ . . . . .	26
1.6. Еще о группе $SU(2)$ и ее тензорных операторах . . . . .	30
<b>2. Атомная и молекулярная физика . . . . .</b>	<b>35</b>
2.1. Теория групп и атомная физика . . . . .	35
2.2. Принцип соответствия . . . . .	35
2.3. Частица с массой $m$ в сферически симметричном потенциале . . . . .	38
2.4. Атом водорода . . . . .	40
2.5. Атом гелия . . . . .	47
2.6. Принцип Паули. Спин электрона . . . . .	49
2.7. Оболочечная структура атома. Периодическая таблица . . . . .	51
2.8. Атомные состояния в данной оболочке. Спин-орбитальная связь . . . . .	56
2.9. Спин и евклидова или галилеева инвариантность . . . . .	58
2.10. Молекулы . . . . .	59
2.11. Измерение спина и определение статистики ядер путем исследования спектра двухатомных молекул . . . . .	61
<b>3. Ядерная физика. Сильное и слабое взаимодействия . . . . .</b>	<b>64</b>
3.1. Совокупность известных ядер . . . . .	64
3.2. Изоспин . . . . .	67
3.3. Инвариантность относительно группы $U(4)$ . . . . .	70

3.4. Оболочечная модель . . . . .	73
3.5. Адроны . . . . .	76
3.6. Другие частицы и другие взаимодействия . . . . .	80
<b>5. Внутренние симметрии адронов . . . . .</b>	<b>83</b>
5.1. $SU(3)$ -симметрия . . . . .	83
5.2. Геометрия $SU(3)$ -октета . . . . .	88
5.3. $SU(3)$ -симметрия и электромагнитное и слабое взаимодействия . . . . .	91
5.4. Критические орбиты $G$ -инвариантной функции на многообразии $M$ . . . . .	95
5.5. Симметрия $SU(3) \times SU(3)$ . . . . .	99
5.6. $SU(6)$ , кварки, алгебра токов, „бутстрэп“ и т. д. . . . .	103
Литература . . . . .	108

## М. ШААФ

РЕДУКЦИЯ ПРОИЗВЕДЕНИЯ ДВУХ НЕПРИВОДИМЫХ  
УНИТАРНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ГРУППЫ ПУАНКАРЕ

<b>Введение . . . . .</b>	<b>111</b>
<b>1. Неприводимые унитарные представления группы Пуанкаре . . . . .</b>	<b>114</b>
1.1. Построение неприводимых унитарных представлений группы $\tilde{P}$ . . . . .	114
1.2. Неприводимые унитарные представления группы $SU(2)$ . . . . .	118
1.3. Неприводимые унитарные представления группы $SU(1, 1)$ . . . . .	119
1.4. Неприводимые унитарные представления группы $E(2)$ . . . . .	131
1.5. Неприводимые унитарные представления группы $SL(2, C)$ . . . . .	133
<b>2. Матричные элементы неприводимых унитарных представлений малых групп и теоремы разложения для квадратично интегрируемых функций на классах смежности малых групп . . . . .</b>	<b>135</b>
2.1. Неприводимые унитарные представления групп $H_1 = SU(2) \cap SU(1, 1)$ и $H_2 = SU(1, 1) \cap SL(2, R)$ . . . . .	137
2.2. Матричные элементы неприводимых унитарных представлений группы $SU(2)$ в базисе, связанном с подгруппой $H_1$ . . . . .	138
2.3. Матричные элементы неприводимых унитарных представлений группы $SU(1, 1)$ в базисе, связанном с подгруппой $H_1$ . . . . .	140
2.4. Матричные элементы унитарных неприводимых представлений группы $E(2)$ в базисе, связанном с подгруппой $H_1$ . . . . .	145
2.5. Матричные элементы неприводимых унитарных представлений группы $SU(1, 1)$ в базисе, связанном с подгруппой $H_2$ . . . . .	146
2.6. Условия ортогональности и полноты для неприводимых унитарных представлений групп $SU(2)$ , $SU(1, 1)$ и $E(2)$ . . . . .	163
2.7. Разложения квадратично интегрируемых функций на пространствах классов смежности $SU(2)/H_1$ , $SU(1, 1)/H_1$ и $E(2)/H_1$ . . . . .	185
<b>3. Редукция произведения двух неприводимых унитарных представлений группы <math>\tilde{P}</math> . . . . .</b>	<b>191</b>
3.1. Разложение на неприводимые представления произведения	

представлений $U^{\overset{\circ}{p_1}, \rho_1} \otimes U^{\overset{\circ}{p_2}, \rho_2}$ при $\overset{\circ}{p_1} \neq 0 \neq \overset{\circ}{p_2}$	192
3.2. Обобщенные коэффициенты Клебша — Гордана для разложения прямого произведения представлений $U^{\overset{\circ}{p_1}, \rho_1} \otimes U^{\overset{\circ}{p_2}, \rho_2}$ при $\overset{\circ}{p} \neq 0 \neq \overset{\circ}{p_2}$	206
3.3. Замечания о редукции прямого произведения представлений группы $\tilde{P}, U^{\overset{\circ}{0}, \rho_1} \otimes U^{\overset{\circ}{p}, \rho_2}$	229
Литература	237

## Э. МАЙОРАНА

**РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕОРИЯ ЧАСТИЦЫ  
С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ВНУТРЕННИМ УГЛОВЫМ МОМЕНТОМ** . . . . . 239